# 原子核の半径

フェルミガスモデルで決まる。

核子数をAで書くと、状態をすべて足して $\boxed{4\sum_{n} = A}$

$\Downarrow$

$n$, アイソスピン, スピン

自由粒子では、$e^{ik \cdot x}$ への周期境界条件より $e^{ik \cdot L} = 1$

x, y, z それぞれに対して $kL = 2\pi n$

$$\Leftrightarrow n = \frac{L}{2\pi}k$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{n} = \frac{L}{2\pi}\mathbf{k}$$

よって運動量空間では

$$\frac{4L^3}{(2\pi)^3}\int^{k_f} d^3\mathbf{k} = \frac{4L^3}{(2\pi)^3}\int^{p_f} d^3\mathbf{p} = A \qquad (\hbar = 1 \text{とした})$$

$p_f$: フェルミ運動量

核子が球状だと仮定すると、$V = \frac{4\pi}{3}R^3$

$$\frac{4 \cdot 4\pi R^3}{3 \cdot (2\pi)^3} \cdot 4\pi\int_0^{p_F} dp\, p^2 = \frac{4 \cdot \cancel{(4\pi)^2}^{\,4} R^3}{3 \cdot \cancel{(2\pi)^3}_{\,2\pi}} \cdot \frac{p_F^3}{3} = A$$

$$\Leftrightarrow R^3 = \frac{9\pi}{8p_F^3}A \qquad \therefore \boxed{R = \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3} \cdot \frac{1}{p_F} \cdot A^{1/3} = r_0 A^{1/3}}$$

実験で測られていて、

$r_0 \simeq 1.2\ \mathrm{fm}$

$\therefore$

数密度 $\rho = \frac{A}{V}$ であるため、

$$\rho = \frac{A}{\frac{4\pi}{3}(r_0 A^{1/3})^3} = \frac{3}{4\pi r_0^3}$$ ← 密度は質量数に依らなくなる。